	Naam: *Verbetersleutel* Academiejaar: 2020 -2021 Vak: WIS Precalculus 2

EXTRA OEFENINGEN

Ontbinden in factoren (deel 2)

Opmerking: Hieronder vind je steeds per oefening de discriminant en de nulwaarden.
Wil je de oefening nakijken aan de hand van de volledig uitgeschreven oplossing, dan vind je dit door verder te scrollen.

OEFENING 1

$$We\ ontbinden\ a^2 - xa + ya + 22xy - 6x^2 - 20y^2\ in\ factoren.$$
$$Hierbij\ ontbinden\ we\ deze\ veelterm\ als\ een\ veelterm\ in\ a.$$
$$(met\ x\ en\ y\ als\ parameters):$$

$D = (9y - 5x)^2$

$Nulwaarden: a_1 = 4y - 2x\ en\ a_2 = -5y + 3x$

OEFENING 2

$$We\ ontbinden\ y^2 - 3xy + 8ay - 70x^2 - 29ax + 15a^2\ in\ factoren.$$
$$Hierbij\ ontbinden\ we\ deze\ veelterm\ als\ een\ veelterm\ in\ y.$$
$$(met\ a\ en\ x\ als\ parameters):$$

$D = (2a + 17x)^2$

$Nulwaarden: y_1 = -5a - 7x\ en\ y_2 = -3a + 10x$

OEFENING 3

$$We\ ontbinden\ z^2 - 8xz + 6yz - 24xy + 16x^2 + 9y^2\ in\ factoren.$$
$$Hierbij\ ontbinden\ we\ deze\ veelterm\ als\ een\ veelterm\ in\ z.$$
$$(met\ x\ en\ y\ als\ parameters):$$

$D = 0$

$Nulwaarde: z = -3y + 4x$

OEFENING 4

$$We\ ontbinden\ b^2 - ba + 9bc - 6a^2 - 2ac + 20c^2\ in\ factoren.$$
$$Hierbij\ ontbinden\ we\ deze\ veelterm\ als\ een\ veelterm\ in\ b.$$
$$(met\ a\ en\ c\ als\ parameters):$$

$D = (c - 5a)^2$

$Nulwaarden: b_1 = -4c - 2a\ en\ b_2 = -5c + 3a$

OEFENING 5

$$We\ ontbinden\ z^2 + \frac{8yz}{3} - y^2 + \frac{x^2}{3} - \frac{4xz}{3} - \frac{2xy}{3}\ in\ factoren.$$
$$Hierbij\ ontbinden\ we\ deze\ veelterm\ als\ een\ veelterm\ in\ z.$$
$$(met\ x\ en\ y\ als\ parameters):$$

$D = \left(\frac{10}{3}y - \frac{2}{3}x\right)^2$

$Nulwaarden: z_1 = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}x\ en\ z_2 = -3y + x$

OEFENING 1

We ontbinden $a^2 - xa + ya + 22xy - 6x^2 - 20y^2$ in factoren.
Hierbij ontbinden we deze veelterm als een veelterm in a.
(met x en y als parameters):

$$\begin{aligned} &a^2 - xa + ya + 22xy - 6x^2 - 20y^2 \\ &= a^2 + (y-x)a - (6x^2 - 22xy + 20y^2) \end{aligned}$$

We berekenen de discriminant.

$$\begin{aligned} D &= (y-x)^2 + 4\cdot(6x^2 - 22xy + 20y^2) \\ &= y^2 - 2xy + x^2 + 24x^2 - 88xy + 80y^2 \\ &= 81y^2 - 90xy + 25x^2 \\ &= (9y - 5x)^2 \end{aligned}$$

en vinden we de nulwaarden

$$a_1 = \frac{-y + x + \sqrt{(9y-5x)^2}}{2\cdot 1} = \frac{-y+x+9y-5x}{2}$$

$$= \frac{8y-4x}{2} = 4y - 2x$$

$$a_2 = \frac{-y + x - \sqrt{(9y-5x)^2}}{2\cdot 1} = \frac{-y+x-9y+5x}{2}$$

$$= \frac{-10y+6x}{2} = -5y + 3x$$

en dus is $a^2 - xa + ya + 22xy - 6x^2 - 20y^2 = (a - 4y + 2x)(a + 5y - 3x)$

OEFENING 2

We ontbinden $y^2 - 3xy + 8ay - 70x^2 - 29ax + 15a^2$ in factoren.
Hierbij ontbinden we deze veelterm als een veelterm in y.
(met a en x als parameters):

$$\begin{aligned} & y^2 - 3xy + 8ay - 70x^2 - 29ax + 15a^2 \\ = \; & y^2 + (8a - 3x)y - (70x^2 + 29ax - 15a^2) \end{aligned}$$

We berekenen de discriminant.

$$\begin{aligned} D &= (8a - 3x)^2 + 4 \cdot (70x^2 + 29ax - 15a^2) \\ &= 64a^2 - 48ax + 9x^2 + 280x^2 + 116ax - 60a^2 \\ &= 4a^2 + 68ax + 289x^2 \\ &= (2a + 17x)^2 \end{aligned}$$

en vinden we de nulwaarden

$$y_1 = \frac{-8a + 3x - \sqrt{(2a + 17x)^2}}{2} = \frac{-8a + 3x - 2a - 17x}{2}$$

$$= \frac{-10a - 14x}{2} = -5a - 7x$$

$$y_2 = \frac{-8a + 3x + \sqrt{(2a + 17x)^2}}{2} = \frac{-8a + 3x + 2a + 17x}{2}$$

$$= \frac{-6a + 20x}{2} = -3a + 10x$$

en dus is $y^2 - 3xy + 8ay - 70x^2 - 29ax + 15a^2 = (y + 5a + 7x)(y + 3a - 10x)$

OEFENING 3

We ontbinden $z^2 - 8xz + 6yz - 24xy + 16x^2 + 9y^2$ in factoren. Hierbij ontbinden we deze veelterm als een veelterm in z (met x en y als parameters):

$$\begin{aligned} &z^2 - 8xz + 6yz - 24xy + 16x^2 + 9y^2 \\ &= z^2 + (6y - 8x)z + (16x^2 - 24xy + 9y^2) \end{aligned}$$

We berekenen de discriminant.

$$\begin{aligned} D &= (6y - 8x)^2 - 4 \cdot (16x^2 - 24xy + 9y^2) \\ &= 36y^2 - 96xy + 64x^2 - 64x^2 + 96xy - 36y^2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Omdat $D = 0$, vinden we slechts 1 nulwaarde

$$z = \frac{-b}{2a} = \frac{-6y + 8x}{2} = -3y + 4x$$

en dus is $z^2 - 8xz + 6yz - 24xy + 16x^2 + 9y^2 = (z + 3y - 4x)^2$

OEFENING 4

We ontbinden $b^2 - ba + 9bc - 6a^2 - 2ac + 20c^2$ in factoren.
Hierbij ontbinden we deze veelterm als een veelterm in b.
(met a en c als parameters):

$$b^2 - ba + 9bc - 6a^2 - 2ac + 20c^2$$
$$= b^2 + (9c - a)b - (6a^2 + 2ac - 20c^2)$$

We berekenen de discriminant.

$$D = (9c-a)^2 + 4(6a^2 + 2ac - 20c^2)$$
$$= 81c^2 - 18ac + a^2 + 24a^2 + 8ac - 80c^2$$
$$= c^2 - 10ac + 25a^2$$
$$= (c-5a)^2$$

en vinden de nulwaarden

$$b_1 = \frac{-9c + a + \sqrt{(c-5a)^2}}{2} = \frac{-9c + a + c - 5a}{2}$$
$$= \frac{-8c - 4a}{2} = -4c - 2a$$

$$b_2 = \frac{-9c + a - \sqrt{(c-5a)^2}}{2} = \frac{-9c + a - c + 5a}{2}$$
$$= \frac{-10c + 6a}{2} = -5c + 3a$$

en dus is $b^2 - ba + 9bc - 6a^2 - 2ac + 20c^2 = (b + 4c + 2a)(b + 5c - 3a)$

OEFENING 5

We ontbinden $z^2 + \frac{8yz}{3} - y^2 + \frac{x^2}{3} - \frac{4xz}{3} - \frac{2xy}{3}$ in factoren.
Hierbij beschouwen we deze veelterm als een veelterm in z (met x en y als parameters):

$$z^2 + \frac{8yz}{3} - y^2 + \frac{x^2}{3} - \frac{4xz}{3} - \frac{2xy}{3}$$
$$= z^2 + \frac{8yz}{3} - \frac{4xz}{3} - y^2 - \frac{2xy}{3} + \frac{x^2}{3}$$
$$= z^2 + \left(\frac{8y}{3} - \frac{4x}{3}\right) z - \left(-\frac{x^2}{3} + \frac{2xy}{3} + y^2\right)$$

We berekenen de discriminant.

$$D = \left(\frac{8y - 4x}{3}\right)^2 + 4\left(-\frac{x^2}{3} + \frac{2xy}{3} + y^2\right)$$
$$D = \frac{64y^2 - 64xy + 16x^2}{9} - \frac{4x^2}{3} + \frac{8xy}{3} + 4y^2$$
$$= \frac{64y^2 - 64xy + 16x^2 - 12x^2 + 24xy + 36y^2}{9}$$
$$= \frac{100y^2 - 40xy + 4x^2}{9}$$
$$= \left(\frac{10}{3} y - \frac{2}{3} x\right)^2$$

en vinden we de nulwaarden

$$z_1 = \frac{-\frac{8}{3}y + \frac{4}{3}x + \sqrt{\left(\frac{10}{3}y - \frac{2}{3}x\right)^2}}{2} = \frac{-\frac{8}{3}y + \frac{4}{3}x + \frac{10}{3}y - \frac{2}{3}x}{2}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}y + \frac{2}{3}x\right) = \frac{2}{6}y + \frac{2}{6}x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}x$$
$$z_2 = \frac{-\frac{8}{3}y + \frac{4}{3}x - \sqrt{\left(\frac{10}{3}y - \frac{2}{3}x\right)^2}}{2} = \frac{-\frac{8}{3}y + \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}y + \frac{2}{3}x}{2}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-18}{3}y + \frac{6}{3}x\right) = \frac{-18}{6}y + \frac{6}{6}x = -3y + x$$

en dus is $z^2 + \frac{8yz}{3} - y^2 + \frac{x^2}{3} - \frac{4xz}{3} - \frac{2xy}{3} = \left(z - \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}x\right)(z + 3y - x)$

$$= \left(z - \frac{y+x}{3}\right)(z + 3y - x)$$